



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司

EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

测量不确定度评定

2010.12.17



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

一、关于测量不确定度的一些概念回顾

1.1

关于测量

测量给出关于某物的属性。

被测量的测量结果通常由两部分组成：一个数和一个测量单位。例如人体温度 37.2°C ，人体温度是被测量， 37.2 是数， $^{\circ}\text{C}$ 是单位。



1.2

关于测量不确定度

给出测量结果的同时，必须给出其测量不确定度。测量不确定度表明了测量结果的质量，质量愈高不确定度愈小，测量结果的使用价值愈高；质量愈差不确定度愈大，使用价值愈低。在检测/校准工作中，不知道不确定度的测量结果不具备使用价值。

测量不确定度是对任何测量的结果存有怀疑。测量不确定度亦需要用两个数来表示：一个是测量不确定度的大小，即置信区间；另一个是置信概率（或称置信水准），表明测量结果落在该区间有多大把握。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

测量不确定度 uncertainty of measurement

表征合理地赋予被测量之值的分散性，
与测量结果相联系的参数。



1.3

测量误差和不确定度的比较

误差定义为被测量的单个结果和真值之差。所以，误差是一个单个数值（不是一个区间）。原则上已知误差的数值可以用来修正结果。由于真值不能确定，实际上用的是约定真值。所以，误差是一个理想的概念，不可能被确切地知道。

不确定度是定量表示对测量结果的怀疑程度，以一个区间的形式表示，一般不能用不确定度数值来修正测量结果。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

误差和不确定度的差别还表现在：修正后的测量结果可能非常接近于被测量的数值，因此误差可以忽略。但是，不确定度可能还是很大，因为测量人员对于测量结果的接近程度没有把握。

测量结果的不确定度并不可以解释为代表了误差本身或经修正后的残余误差。

通常认为误差含有两个分量，分别称为随机误差分量和系统误差分量。测量不确定度不是以性质分类，而是以评定方法分类。



1.4

分散范围（区间）——标准偏差

在重复测量给出不同结果时，我们需要了解这些读数分散范围有多宽。测量结果的分散范围告诉了我们关于测量不确定度的情况。通过了解读数分散范围有多大，就能着手判断这次测量或这组测量的质量如何。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

定量给出分散范围的常见形式是标准偏差。一个数集的标准偏差给出了各个读数与该组读数平均值之的差的典型值。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED


根据“经验”，全部读数大概有三分之二（68.27%）会落在平均值的正负（±）一倍标准偏差范围内，大概有全部读数的95%会落在正负两倍标准偏差范围内。虽然这种“尺度”并非普遍适用，但应用广泛。标准偏差的“真值”只能从一组非常大（无穷多）的读数求出。由有限个数的读数所求得的只是标准偏差的估计值，称为实验标准偏差或估计的标准偏差，用符号 s 表示。



1.5

实验标准（偏）差计算公式——贝塞尔公式

对同一被测量 X 作 n 次测量，表征每次测量结果分散性的量 $s(x_i)$ 可按下式算出：


$$s(x_i) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

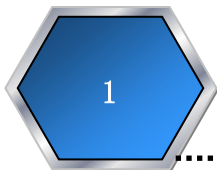
式中 x_i 为第 i 次测量的结果； \bar{x} 为所考虑的 n 次测量结果的算术平均值；称为残差。



1.6

误差和不确定度的来源

影响测量质量的因素很多，有些影响比较直观（“可能看得见”），有些是隐含的，需要仔细分析。实际测量不可能在理想情况下进行，测量误差和不确定度可能来自下属多方面：



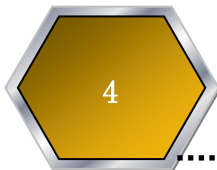
对被测量的定义不完整或不完善；



实现被测量定义的方法不理想；



取样的代表性不够，即被测量的样本不能完全代表所定义的被测量；



对测量过程受环境影响的认识不周全，或对环境条件的测量与控制不完善；



对模拟式仪器的读数存在人为偏差（偏移）；



6

测量仪器计量性能（如灵敏度、鉴别力阈、分辨力、稳定性及死区等）的局限性；

7

赋予计量标准的值或标准物质的值不准确；

8

引用的数据或其他参数的不确定度；

9

与测量方法和测量程序有关的近似性和假定性；

10

被测量重复观测值的变化等等。



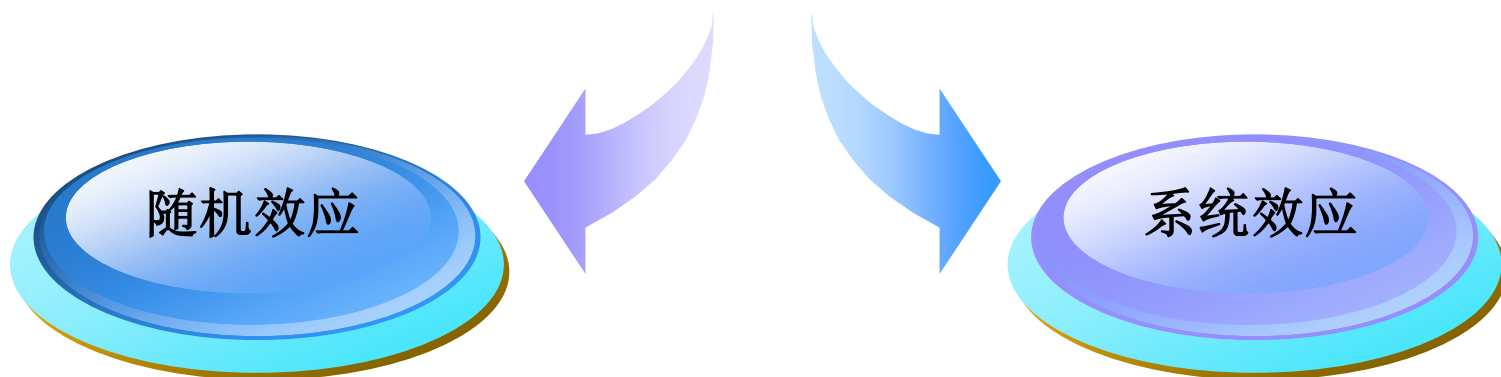
国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

1.7

不确定度的类型

在测量中产生不确定度的效应有两类：





随机效应

重复测量给出随机的不同结果。如前所述，通过多次测量然后取平均值，可以期望获得较佳的估计值。由这种方法求取测量不确定度，称为A类不确定度评定方法。

系统效应

对重复测量的每一个结果都有相同的影响。在这种情况下，只靠重复测量得不到附加信息。要估计系统效应产生的测量不确定度，需要采用其他方法，如不同的测量方法或不同的计算方法。由这种方法求取测量不确定度，称为B类不确定度评定方法。



1.8

分布

一组数值的散布会取不同的形式，或称为服从不同的概率分布。

1

正态分布

2

均匀分布
(矩形分布)

3

其他分布



正态分布

在一组读数中，往往较多的读数值靠近平均值，少数读数值离平均值较远。

均匀分布（矩形分布）

当测量值非常平均地散布在最大值和最小值之间的范围内时，就产生了矩形分布或称为均匀分布。

其他分布

还有其他分布形状，但较少见，例如三角分布、M形分布（双峰分布）、反余弦分布等。



1.9

什么不是测量不确定度

- 操作人员失误不是不确定度。这一类不应计入对不确定度的贡献，应当并可以通过仔细工作和核查来避免发生。
- 允差不是不确定度。允差是对工艺、产品或仪器所选定的允许极限值。
- 技术条件不是不确定度。技术条件告诉的是对产品或仪器期望什么。技术条件包含的内容，包括“非技术”的质量项目，例如外观。



准确度（更确切地说，应叫不准确度）不是不确定度。遗憾的是这些术语的使用常被混淆。确切地说，“准确度”是一个定性的术语，如人们可能说，测量是“准确的”或“不准确”的。

误差不是不确定度。

统计分析不是不确定度分析。统计学可以用来得出各类结论，而这些结论本身并不告诉我们任何关于不确定度的什么。不确定度分析只是统计学的一种应用。



1.9

如何计算测量不确定度

要计算测量不确定度，首先必须识别测量中的不确定度来源。然后必须估计出每个来源的不确定度大小。最后将各个不确定度合成给出总不确定度。

JJF 1059-1999 《测量不确定度评定与表示》给出了一些明确的规则，用于评定各项不确定度的贡献，以及如何合成各个不确定度分量。



1.10.1 评定不确定度的两种方法

无论不确定度来源是什么，总有两种方法来估计它们：**A类**评定和**B类**评定。对大多数测量情况，这两类不确定度评定方法都是需要的。

A类评定：用统计方法的不确定度估计（通常采用重复测量）。

B类评定：根据任何其他信息的不确定度估计。这些信息可能来自过去的经验、校准证书、生产厂的技术说明书、手册、出版物、计算、常识等。

有一种错误的理解，认为A类是随机的，而B类是系统的。



1.10.2 标准不确定度

在评定不确定度分量时，所有有贡献的不确定度，都应以相同的置信概率将它们换算成标准不确定度来表示。可以认为标准不确定度的大小为“正负一倍标准偏差”。标准不确定度告诉我们关于平均值的不确定度（不只是各个值的分散度）。标准不确定度通常用符号 u 或 $u(y)$ (y 的标准不确定度)来表示。



1.10.3 合成标准不确定度

影响测量结果不确定度的因素很多，为了计算总不确定度，需要将各不确定度分量进行合成。在计算合成标准不确定度之前，需要确定各输入量的标准不确定度是否彼此相关。如果你认为有相关的，那就需要某些附加的额外信息和计算。

对于大多数情况，输入量的标准不确定度是彼此互不相关的，这时，由A类和B类评定所计算得到的多个标准不确定度可以用“方和根方法”有些地进行合成。这样合成的结果称为合成标准不确定度，用 uc 或 $uc(y)$ (y 的合成标准不确定度)来表示。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

1.10.4 相关性

采用“方和根方法”合成标准不确定度的前提条件是，输入量的标准不确定度都不是相互有关系的或者互不相关。



1.10.5 包含因子 k

为了求得合成标准不确定度，要求统一换算不确定度分量，然后还要求再换算测量结果。合成标准不确定度可以被看作相当于“一倍标准偏差”，其置信概率大约为68%。为了提高测量的可靠性，希望给出更大的置信概率，例如用95%的置信概率表述总不确定度。可以用包含因子 k 来作这种再估计。用包含因子 k 乘以合成标准不确定度 uc 所给出的结果称为扩展不确定度，通常用表示 U ，即 $U = kuc$ 。

包含因子 k 的特定值就给出了对扩展不确定度的特定置信概率（置信水准）。



二、测量不确定度评定具体方法

1

评定不确定度的8个主要步骤

- 确定你需要测量什么，如何进行测量
- 建立测量数学模型
- 分析和列出不确定度来源（不确定度分量/输入量），建立被测量的不确定度评定数学模型
- 评定输入量（包括被测量和影响量）的标准不确定度分量
- 通过应用相应的灵敏系数将标准偏差转换成标准不确定度
- 计算合成标准不确定度 u_C
- 确定扩展不确定度：
- 测量结果报告



2

建立测量不确定度评定数学模型

测量不确定度通常由测量过程的数学模型和测量不确定度的传播律来评定。由于数学模型可能不完善，所考虑的有关的量应充分地反映其实际情况的变化，以便可以根据尽可能多的观测数据来评定不确定度。在可能情况下，应采用按长期积累的数据建立起来的经验模型。



在多数情况下，被测量 Y （输出量）不能直接测得，而是由 N 个其他量 X_1, X_2, \dots, X_N 通过函数关系 f 来确定：

$$Y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

式中 X_i 是对 Y 的测量结果 y 产生影响的影响量（即输入量）。称为测量模型或数学模型，或称为测量过程数学模型。



3

标准不确定度分量的A类评定

3.1 基本方法（单次测量结果实验标准差与平均值实验标准差）

对一个或一组相同的样品在相同条件下做若干次重复测量，其测得结果未必是相同的。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

如果为客户所做的某项测量不是实验室的常规测量，则不确定度的A类评定应随该项测量实时进行。但实验室常常是在类似的条件下，用相同的设备相同的方法，在常规基础上做基本类似性质的测量。在这种情况下，通常不需要每次测量都进行A类标准不确定度评定，可以直接引用预先评定的结果。



4

标准不确定度的B类评定

4.1 B类不确定度评定的信息来源

获得B类不确定度评定的信息来源通常有：

- 以前的观测数据；
- 对有关技术资料 and 测量仪器特性的了解和经验；
- 生产部门提供的技术说明文件；
- 校准证书、检定证书或其他文件提供的数据、准确度的等别或级别，包括暂在使用的误差极限。
- 手册或某些资料给出的参考数据及其不确定度；
- 规定实验方法的国家标准或类似技术文件中给出的重复性限 r 或复现性限 R 。



4.2 已知扩展不确定度U和包含因子k

如果估计值 x_i 来源于制造部门的说明书、校准证书、手册或其他资料，其中同时还明确给出了其不确定度 $U(x_i)$ 是标准差 $s(x_i)$ 的 k 倍，指明了包含因子 k 的大小，则标准不确定度 $u(x_i) = U(x_i)/k$ 。



4.3 已知扩展不确定度 U_p 和置信水准 p 的正态分布

如 x_i 的扩展不确定度不是按照标准差 $s(x_i)$ 的 k 倍给出，而是给出了置信概率 p 为90%、95%或99%的置信区间的半宽度 U_{90} 、 U_{95} 或 U_{99} ，除非另有说明，一般按正态分布考虑来评定其标准不确定度 $u(x_i)$ ：



4.4 其他几种常见的分布

如已知信息表明 X_i 之值 x_i 分散区间的半宽度为 a ，且落于 $x_i - a$ 至 $x_i + a$ 区间的概率为100%，即全部落在此范围中。通过对其分布的估计，可得出标准不确定度 $u(x_i) = a / k$ ，因为 k 与分布状态有关，

在缺乏任何其他信息的情况下，一般估计为矩形分布是比较合理的。



【例】 仪器制造厂的说明书给出仪器的准确度（或误差）为 $\pm 1\%$ 。我们就可以假定这是对仪器误差限值的说明，而且所有测量值的误差值是等概率地（矩形分布）处于该限值范围 $[-0.01, +0.01]$ 内。（因为大于 $\pm 1\%$ 误差限的仪器，属于不合格品，制造厂不准出厂。）矩形分布的包含因子，仪器误差的区间半宽度 $a = 0.01(1\%)$ 。因此，标准不确定度为：

$$u(x) = \frac{a}{k} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.58\%$$



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

5

合成标准不确定度的评定

合成前，所有不确定度分量必须以标准不确定度（或一倍标准偏差）表示。这可能涉及到对不确定度分量的换算



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

在评定了单个的或成组的不确定度分量并将其表示为标准不确定度后，下一步就是计算合成标准不确定度。合成标准不确定度定义为：当测量结果是由若干个其他量的值求得时，按其他量的方差或（和）协方差算得的标准不确定度。



5.1 所有输入量 x_i 相互独立时的合成标准不确定度

当所有输入量 x_i 相互独立时，相关系数

$r(x_i, x_j) = 0$ ，则采用方和根法求取合成标准不确定度：

$$u_c(y) = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N c_i u(x_i) \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2}$$



6

扩展不确定度

下面一些测量可以用合成标准不确定度报告测量结果：

- ①某些基本计量研究的测量结果；
- ②基本物理常数的测量结果；
- ③有关SI单位国际比对的测量结果。



被测量 Y 可能值的分布是通过综合考虑各输入量 X_i 的分布的影响确定的，其分布通常比较复杂。被测量 Y 可能值的分布大体有如下三种可能：



正态分布或t-分布；



接近于其他分布，如矩形分布（均匀分布）或三角分布；



不能确定被测量 Y 可能值的分布。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

被测量 Y 可能值分布的特征

各输入量 X_i 的可能值遵循不同的分布，如正态分布、均匀分布、三角分布等等，对于每一个输入量 X_i 有三个参量：标准不确定度 $u(x_i)$ 、自由度 ν 及其分布特征。



被测量 Y 的可能值也具有三个参量：合成标准不确定度 $u_c(y)$ 、有效自由度 ν_{eff} 及其分布特征。显然，合成标准不确定度 $u_c(y)$ 与有效自由度 ν_{eff} 可以由相应的公式计算出来。问题是被测量 Y 的可能值服从什么分布。

从统计学的观点来说，**中心极限定理**可以用于说明该问题。中心极限定理粗略地说就是：大量的随机变量之和，具有近似正态的分布。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

例如在测量某量时，产生测量不确定度的随机因素很多，这些个别因素所引起的测量不确定度分量通常很小，但其总和（合成）却很大。为了研究这种合成不确定度的特性，就需要知道相互的随机变量之和的分布函数或分布密度函数的形状及其存在条件。应用中心极限定理可以得到某些推论：



- 如果，以及所有的 X_i 是正态分布的，则被测量 Y 的可能值的分布服从正态分布。
- 即使 X_i 的分布不是正态分布，但各不确定度分量的值相互接近，且数量较多（有时只要 $N \geq 3$ ），则可以认为被测量 Y 的可能值的分布近似服从正态分布。
- 如果输出量（被测量） $Y = X_1 + X_2$ ，其中 X_1 服从正态分布， X_2 服从均匀分布或三角分布，且 $u(x_1) \ll u(x_2)$ ，则认为输出量较多地具有均匀分布或三角分布特征。



扩展不确定度的含义

扩展不确定度分为两种，即 U 和 U_p 。前者为标准偏差的倍数，后者为具有概率 p 的置信区间的半宽度。它们的含义不同，必要时应采用下脚标注进行区别。

- (a) 扩展不确定度 U 由合成标准不确定度 $u_c(y)$ 乘以包含因子 k 得到

测量结果可表示为， y 是被测量 Y 的最佳估值，被测量 Y 的可能值以较高的置信水准落于区间 $[y-U, y+U]$ 内，即 $y-U \leq Y \leq y+U$ 。

- (b) 对于任一给定的置信概率或置信水准 p ，扩展不确定度记为 U_p



包含因子k的选择

如果 $U_c(y)$ 的自由度较小，并要求置信区间具有规定的置信水准 p ，当可以按中心极限定理估计扩展不确定度接近正态分布时， k_p 采用t-分布临界值（可以查t分布临界值表得到）， $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$ 。多数情况下取 $p=95\%$ 。当 $v_{\text{eff}} > 20$ 时，可以认为 $k_{95} \approx 2$ 。



如果输出量（被测量） $Y=X_1+X_2$ ，其中 X_1 服从正态分布， X_2 服从均匀分布，且 $u(x_1)\ll u(x_2)$ ，则认为输出量较多地具有均匀分布特征。这时绝对不能按 $k=2\sim 3$ ，或 $k_p=t_p(v_{\text{eff}})$ 计算 $U(y)$ 或 $U_p(y)$ 。
均匀分布的 k_p 与 $U_p(y)$ 之间的关系如下：

$$U_{95}(y), \quad k_p = 1.65$$

•

$$U_{99}(y), \quad k_p = 1.71$$



- 当 y 和 $u_c(y)$ 所表征的概率分布近似为正态分布，且 $u_c(y)$ 的自由度较大时，在合成标准不确定度 $U_c(y)$ 后，乘以一个包含因子 k ，即 $U = kU_c(y)$ 。可以期望测量结果可能值的大部分落在区间 $[y-U, y+U]$ 内。在工业技术中和科技前沿领域，如无线电测量中，常取 $p=95\%$ ，对应的包含因子 $k \approx 2$ 。在有关人民身体健康和需要高可靠性的领域，取 $p=96.73\%$ ，对应的包含因子 $k=3$ 。



7

不确定度最后报告

7.1 在报告基础计量学研究、基本物理常数测量以及复现国际单位制的国际比对时，报告合成标准不确定度，同时给出自由度。

对于校准实验室，在其他大部分情况下，报告测量结果时都应同时报告测量不确定度，并给出包含因子。如果被校仪器是测量标准，还要给出自由度。



- 报告测量不确定度时应尽可能详尽，以便于使用者正确利用测量结果。
- 除报告扩展不确定度外，还应说明它据以计算的合成标准不确定度， t 分布临界值的自由度，置信概率和包含因子。不能求得自由度时，则应说明据以计算的合成标准不确定度及其包含因子。



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

- 最后结论的合成标准不确定度或扩展不确定度，有效数字一般取两位（中间计算过程的不确定度，可以多取一位）。带低位数的扩展不确定度不按数据修约规则舍取，而是直接进位。



8

测量结果判别

按照技术规范规定某一产品的参数X要在范围[X_1 , X_2]之内，该参数X通过质检机构测量得到测量值为 x ，而测量有不确定度，所以在评定或验收该产品时必须对参数范围进行调整。假设测量扩展不确定度为 U ，则参数 X_1 的测量值为：

$$X_1 - U \text{ 至 } X_1 + U$$

而参数 X_2 的测量值为：

$$X_2 - U \text{ 至 } X_2 + U$$

因此考虑到测量不确定度后，参数X的测量值 x 的范围为：



- 紧限(inset limits): [$X1 + U$, $X2 - U$]
- 松限(outset limits): [$X1 - U$, $X2 + U$]
- 如果仅规定参数 X 的上限 $X2$, 则考虑测量扩展不确定度为 U , 参数 $X2$ 的测量值为:
- 紧限($-\infty$, $X2 - U$]
- 松限($-\infty$, $X2 + U$]
- 如果仅规定参数 X 的下限 $X1$, 则考虑测量扩展不确定度为 U , 参数 $X1$ 的测量值为:
- 紧限[$X1 + U$, $+\infty$)
- 松限[$X1 - U$, $+\infty$)



国家电网
STATE GRID

华东电力试验研究院有限公司
EAST CHINA ELECTRIC POWER TEST & RESEARCH INSTITUTE COMPANY LIMITED

THE END

2010.12.17